

**Examenul de bacalaureat național 2018**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Clasa a XII-a**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Calculați rația progresiei geometrice  $(b_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $b_1 = 3$  și  $b_4 = 24$ .
- 5p** 2. Determinați numărul real  $a$  pentru care punctul  $A(a, 2)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x + 3$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_3(x+1) + \log_3(x-1) = \log_3 8$ .
- 5p** 4. Determinați numerele naturale de trei cifre care au produsul cifrelor egal cu 7.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 2)$ ,  $B(5, 5)$  și  $C(7, 10)$ . Arătați că  $AC = 2AB$ .
- 5p** 6. Calculați aria triunghiului  $MNP$ , știind că  $MN = 4$  și  $m(\sphericalangle N) = m(\sphericalangle P) = 75^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Arătați că  $5A - 3B = 8 \begin{pmatrix} 0 & 7 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ .
- 5p** b) Demonstrați că matricea  $B$  este inversa matricei  $A$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $x$  și  $y$ , știind că  $xA \cdot A - 8A = yI_2$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = xy - 2(x + y) + 6$ .
- 5p** a) Demonstrați că  $x * y = (x - 2)(y - 2) + 2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$ , pentru care  $x * 3 = 2018$ .
- 5p** c) Calculați  $\log_2 2 * \log_2 3 * \log_2 4 * \dots * \log_2 2018$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^6 - 6x + 10$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 5}{x - 1} = 0$ .
- 5p** b) Determinați intervalele de monotonie a funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $f(0, 9) + f(1, 1) \geq 10$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = xe^x$ .
- 5p** a) Arătați că  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = e(e - 1)$ .
- 5p** b) Determinați primitiva  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a funcției  $f$  pentru care  $F(1) = 0$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $\int_0^1 f(x) f'(x) dx = \frac{1}{2} e^a$ .

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M\_tehnologic*

Clasa a XII-a

Simulare

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că  $(2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})^2 = 20$ .
- 5p 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x$ . Calculați  $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4)$ .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $8^x = 4^{2x+1}$ .
- 5p 4. După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect este 250 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,5)$ ,  $B(1,1)$  și  $C(5,5)$ . Arătați că triunghiul  $ABC$  este isoscel.
- 5p 6. Arătați că  $\sin 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = \cos 30^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ x & x \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p a) Arătați că  $\det(A(3)) = 3$ .
- 5p b) Arătați că  $A(2017+x) + A(2017-x) = 2A(2017)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $m$  pentru care  $\det(A(2) + mA(1)) = 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție  $x * y = 2xy + 6x + 6y + 15$ .
- 5p a) Arătați că  $x * y = 2(x+3)(y+3) - 3$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p b) Arătați că  $7 * 98 = 2017$ .
- 5p c) Determinați numerele reale  $x$ , pentru care  $x * (x+2) = 3$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția  $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-2}$ .
- 5p a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x-3} = 0$ .
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p c) Demonstrați că funcția  $f$  este convexă pe intervalul  $(2, +\infty)$ .
2. Se consideră funcțiile  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 1 + \ln x$  și  $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x \ln x$ .
- 5p a) Calculați  $\int_1^e (f(x) - \ln x) dx$ .
- 5p b) Arătați că  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p c) Arătați că  $\int_1^e f(x) F(x) dx = \frac{e^2}{2}$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Simulare pentru elevii clasei a XII-a**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Calculați suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_2 = 4$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2014x - 2013$ . Calculați  $(f(1))^{2014}$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{2-3x} = 3^{x+6}$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,3)$  și  $B(-1,1)$ . Determinați ecuația dreptei  $AB$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\sqrt{3} \cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 45^\circ = \frac{5}{2}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Calculați  $\det A$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $m$  pentru care matricele  $A + mI_3$  și  $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$  sunt egale, unde  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** c) Rezolvați ecuația matriceală  $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ , unde  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție comutativă  $x * y = x + y - 5$ .
- 5p** a) Arătați că  $2 * (-2) = 2014 * (-2014)$ .
- 5p** b) Verificați dacă legea „\*” este asociativă.
- 5p** c) Calculați  $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x + 7$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -3$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x(2x+1)(3x+2)}$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $f(x) \geq 5$  pentru orice  $x \in [-1, +\infty)$ .
2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^x + 2x$  și  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = e^x + x^2 + 2014$ .
- 5p** a) Calculați  $\int_1^2 (f(x) - e^x) dx$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p** c) Calculați  $\int_0^1 f(x)F(x) dx$ .

**Examenul de bacalaureat național 2015**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Clasa a XII-a**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Calculați suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = 1$  și  $a_3 = 5$ .
- 5p** 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - x$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x - 2$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^{2-x} = \frac{1}{9}$ .
- 5p** 4. După o ieftinire cu 15%, prețul unui obiect este 34 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,4)$ ,  $B(-3,2)$  și  $C(5,2)$ . Calculați lungimea medianei din vârful  $A$  al triunghiului  $ABC$ .
- 5p** 6. Arătați că  $\operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{ctg} 60^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ = \frac{10}{3}$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Calculați  $\det A$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $x$ , știind că  $A \cdot A = xA$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $\det(A + aI_2) = 0$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = xy + 2x + 2y + 2$ .
- 5p** a) Arătați că  $x * y = (x + 2)(y + 2) - 2$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Calculați  $(-2015) * (-2) * 0 * 2 * 2015$ .
- 5p** c) Determinați numerele naturale  $n$ , știind că numărul  $n * (-n)$  este natural.

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ .
- 5p** a) Calculați  $f'(x)$ ,  $x \in (-2, +\infty)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x=0$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcțiile  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x - 1$  și  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $F(x) = x^2 - x + 1$ .
- 5p** a) Calculați  $\int_0^1 (f(x) + 1) dx$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $F$  este o primitivă a funcției  $f$ .
- 5p** c) Determinați numărul natural nenul  $n$ , știind că  $\int_0^n F(x) dx = \frac{n^3}{3}$ .

**Examenul de bacalaureat național 2016**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Clasa a XII-a**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați numerele reale  $a$  și  $b$ , pentru care  $\frac{10}{3+i} = a + ib$ , unde  $i^2 = -1$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 1$ . Calculați  $(f(1))^{2016} + (f(0))^{2016}$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $6^{x^2-3x+5} = 216$ .
- 5p** 4. Calculați în câte moduri poate fi aleasă o echipă formată din 5 elevi din totalul de 6 elevi pe care îi are la dispoziție un antrenor.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(5,0)$  și  $B(2m+1,0)$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$ , știind că punctul  $C(10,0)$  este mijlocul segmentului  $AB$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  în care  $AB = 5$ ,  $AC = 12$  și  $BC = 13$ . Calculați  $\cos C$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră matricea  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Calculați  $\det A$ .
- 5p** b) Arătați că  $(A - I_3)(A - I_3)(A - I_3) = O_3$ , unde  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  și  $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 5p** c) Rezolvați ecuația matriceală  $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ , unde  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă  $x * y = xy - x - y + 2$ .
- 5p** a) Arătați că  $x * y = (x-1)(y-1) + 1$ , pentru orice numere reale  $x$  și  $y$ .
- 5p** b) Calculați  $0 * 1 * 2 * 3$ .
- 5p** c) Determinați numerele reale  $a$ , știind că  $a * a * 2016 = 2016$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+1}{x}$ .
- 5p** a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției  $f$  în punctul de abscisă  $x = 1$ , situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $\frac{2017}{2016} \leq f(x) \leq 2$ , pentru orice  $x \in [1, 2016]$ .

2. Se consideră funcția  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ .

5p a) Calculați  $\int_0^2 (f(x) + 3x^2 - 2) dx$ .

5p b) Arătați că  $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 3x^2 + x) e^x dx = 2e - 1$ .

5p c) Demonstrați că  $\int_{1-a}^{1+a} f(x) dx = 0$ , pentru orice număr real  $a$ .