

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Arătați că $(2 + \sqrt{3})^2 + (1 - 2\sqrt{3})^2 = 20$.
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 3x$. Calculați $f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4)$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $8^x = 4^{2x+1}$.
- 5p 4. După o scumpire cu 25%, prețul unui obiect este 250 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de scumpire.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,5)$, $B(1,1)$ și $C(5,5)$. Arătați că triunghiul ABC este isoscel.
- 5p 6. Arătați că $\sin 60^\circ + \operatorname{tg} 45^\circ = \cos 30^\circ + \operatorname{ctg} 45^\circ$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 2 \\ x & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Arătați că $\det(A(3)) = 3$.
- 5p b) Arătați că $A(2017+x) + A(2017-x) = 2A(2017)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Determinați numerele reale m pentru care $\det(A(2) + mA(1)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 2xy + 6x + 6y + 15$.
- 5p a) Arătați că $x * y = 2(x+3)(y+3) - 3$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Arătați că $7 * 98 = 2017$.
- 5p c) Determinați numerele reale x , pentru care $x * (x+2) = 3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x-2}$.
- 5p a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x-3} = 0$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Demonstrați că funcția f este convexă pe intervalul $(2, +\infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \ln x$ și $F: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x \ln x$.
- 5p a) Calculați $\int_1^e (f(x) - \ln x) dx$.
- 5p b) Arătați că F este o primitivă a funcției f .
- 5p c) Arătați că $\int_1^e f(x) F(x) dx = \frac{e^2}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_2 = 4$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2014x - 2013$. Calculați $(f(1))^{2014}$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2-3x} = 3^{x+6}$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să fie divizor al lui 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,3)$ și $B(-1,1)$. Determinați ecuația dreptei AB .
- 5p** 6. Arătați că $\sqrt{3} \cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 45^\circ = \frac{5}{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $\det A$.
- 5p** b) Determinați numărul real m pentru care matricele $A + mI_3$ și $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 8 \end{pmatrix}$ sunt egale, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Rezolvați ecuația matriceală $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$, unde $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție comutativă $x * y = x + y - 5$.
- 5p** a) Arătați că $2 * (-2) = 2014 * (-2014)$.
- 5p** b) Verificați dacă legea „*” este asociativă.
- 5p** c) Calculați $(-4) * (-3) * (-2) * (-1) * 0 * 1 * 2 * 3 * 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x + 7$.
- 5p** a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = -3$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x(2x+1)(3x+2)}$.
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) \geq 5$ pentru orice $x \in [-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x + 2x$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = e^x + x^2 + 2014$.
- 5p** a) Calculați $\int_1^2 (f(x) - e^x) dx$.
- 5p** b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Calculați $\int_0^1 f(x)F(x) dx$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați suma primilor trei termeni ai unei progresii aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $a_1 = 1$ și $a_3 = 5$.
- 5p** 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - x$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = 2x - 2$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{2-x} = \frac{1}{9}$.
- 5p** 4. După o ieftinire cu 15%, prețul unui obiect este 34 de lei. Calculați prețul obiectului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,4)$, $B(-3,2)$ și $C(5,2)$. Calculați lungimea medianei din vârful A al triunghiului ABC .
- 5p** 6. Arătați că $\operatorname{tg} 30^\circ \operatorname{ctg} 60^\circ + \operatorname{tg} 60^\circ \operatorname{ctg} 30^\circ = \frac{10}{3}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $\det A$.
- 5p** b) Determinați numărul real x , știind că $A \cdot A = xA$.
- 5p** c) Determinați numerele reale a pentru care $\det(A + aI_2) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy + 2x + 2y + 2$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = (x + 2)(y + 2) - 2$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Calculați $(-2015) * (-2) * 0 * 2 * 2015$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale n , știind că numărul $n * (-n)$ este natural.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$.
- 5p** a) Calculați $f'(x)$, $x \in (-2, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$ și $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = x^2 - x + 1$.
- 5p** a) Calculați $\int_0^1 (f(x) + 1) dx$.
- 5p** b) Arătați că funcția F este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Determinați numărul natural nenul n , știind că $\int_0^n F(x) dx = \frac{n^3}{3}$.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numerele reale a și b , pentru care $\frac{10}{3+i} = a + ib$, unde $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$. Calculați $(f(1))^{2016} + (f(0))^{2016}$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $6^{x^2-3x+5} = 216$.
- 5p** 4. Calculați în câte moduri poate fi aleasă o echipă formată din 5 elevi din totalul de 6 elevi pe care îi are la dispoziție un antrenor.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5,0)$ și $B(2m+1,0)$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că punctul $C(10,0)$ este mijlocul segmentului AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC în care $AB = 5$, $AC = 12$ și $BC = 13$. Calculați $\cos C$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $\det A$.
- 5p** b) Arătați că $(A - I_3)(A - I_3)(A - I_3) = O_3$, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Rezolvați ecuația matriceală $AX = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, unde $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - x - y + 2$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = (x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Calculați $0 * 1 * 2 * 3$.
- 5p** c) Determinați numerele reale a , știind că $a * a * 2016 = 2016$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x+1}{x}$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $\frac{2017}{2016} \leq f(x) \leq 2$, pentru orice $x \in [1, 2016]$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

5p a) Calculați $\int_0^2 (f(x) + 3x^2 - 2) dx$.

5p b) Arătați că $\int_0^1 (f(x) - x^3 + 3x^2 + x) e^x dx = 2e - 1$.

5p c) Demonstrați că $\int_{1-a}^{1+a} f(x) dx = 0$, pentru orice număr real a .