Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați conjugatul numărului complex $z=(1-i)(2+i)+5i$.

5p **2.** Determinați numerele naturale n pentru care $n^2+n-12<0$.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\lg(x+1)=2\lg(x-5)$.

5p **4.** Determinați numărul de elemente ale unei mulțimi, știind că aceasta are 45 de submulțimi cu două elemente.

5p **5.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ și $\vec{v}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$. Știind că lungimea vectorului $\vec{v}$ este egală cu 20, determinați lungimea vectorului $\overrightarrow{BD}$.

5p **6.** Arătați că, dacă x este număr real pentru care $\sin x+\cos x=\sqrt{2}$, atunci $\operatorname{tg} x+\operatorname{ctg} x=2$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2x\\ -2x & 1 & -2x^2\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.

5p **a)** Calculați $\det(A(2))$.

5p **b)** Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a)+aA(0))=8$.

5p **c)** Știind că $\det((m+n)A(x))=\det(mA(x))+\det(nA(x))+18$, pentru orice număr real x, determinați numerele naturale m și n, $m<n$.

2. Pe mulțimea $\mathbb{Z}_7$ se definește legea de compoziție asociativă $x*y=xy+\hat{6}x+\hat{6}y+\hat{2}$.

5p **a)** Demonstrați că $x*y=(x+\hat{6})(y+\hat{6})+\hat{1}$, pentru orice $x, y\in\mathbb{Z}_7$.

5p **b)** Demonstrați că $x*\hat{1}=\hat{1}*x=\hat{1}$, pentru orice $x\in\mathbb{Z}_7$.

5p **c)** Calculați $\hat{0}*\hat{1}*\hat{2}*\hat{3}*\hat{4}*\hat{5}*\hat{6}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x\left(x^2-6x+9\right)$.

5p **a)** Arătați că $f'(x)=e^x\left(x^2-4x+3\right)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați punctele de extrem ale funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $(x-3)^2\le 4e^{1-x}$, pentru orice $x\in(-\infty,3]$.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\begin{cases}3x^2-4x+1, & x\in(-\infty,1)\\ \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}, & x\in[1,+\infty)\end{cases}$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f admite primitive pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Arătați că $\int_{-1}^{e} f(x)\,dx=2\left(4-\sqrt{e}\right)$.

5p **c)** Determinați numărul natural n pentru care $\int_{e^n}^{e^{n+1}} f^2(x)\,dx=\dfrac{7}{3}$.

Examenul de bacalaureat naţional 2017
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinați numărul complex z, știind că $2z+\overline{z}=6+i$, unde $\overline{z}$ este conjugatul lui z.
5p	**2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x-5$. Calculați $f(1)+f(2)+f(3)+\ldots+f(10)$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2(x+3)=1+\log_2(x+1)$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele egale.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(5,5)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $C(-2,6)$ și este perpendiculară pe dreapta AB.
5p	**6.** Se consideră triunghiul ABC cu $AB=3\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle ACB)=30°$ și $m(\sphericalangle BAC)=45°$. Determinați lungimea laturii BC.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(x)=\begin{pmatrix}1&1&1\\2&3&x\\4&9&x^2\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Calculați $A(1)-A(0)$.
5p	**b)** Arătați că $\det(A(x))=(x-2)(x-3)$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a))\le\det(A(x))$, pentru orice număr real x.
	2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie $x\circ y=4xy-4x-4y+5$.
5p	**a)** Arătați că $x\circ y=4(x-1)(y-1)+1$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**b)** Arătați că $N=2016\circ 2017$ este pătratul unui număr natural.
5p	**c)** Determinați numerele naturale a și b pentru care $a\circ b=13$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=x(2\ln x+1)$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $1+2e\,f(x)\ge 0$, pentru orice număr real x, $x\in(0,+\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=(x-1)e^x$.
5p	**a)** Arătați că $\int_0^1 f(x)e^{-x}\,dx=-\frac{1}{2}$.
5p	**b)** Determinați numărul real a, știind că funcția $F:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $F(x)=(x+a)e^x$ este o primitivă a funcției f.
5p	**c)** Arătați că $\int_0^1 x^3 f(x)\,dx\le-\frac{1}{20}$.

Examenul de bacalaureat național 2014
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*
Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 de puncte)

5p **1.** Determinați conjugatul numărului complex $z=1+i+i^2+i^3+i^4+i^5+i^6$.

5p **2.** Determinați valoarea maximă a funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-x^2+4x-5$.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3-\sqrt{x^2+3}=x$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele distincte.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3), B(4,0)$ și $C(2,0)$. Determinați aria triunghiului ABC.

5p **6.** Arătați că $(\sin x+\cos x)^2+(\sin x-\cos x)^2=2$ pentru orice număr real x.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(a,b)=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & b\\ 1 & a^2 & b^2\end{vmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.

5p **a)** Calculați $D(1,0)$.

5p **b)** Arătați că $D(a,b)=(a-1)(b-1)(b-a)$ pentru orice numere reale a și b.

5p **c)** Demonstrați că numărul $D(m,n)$ este par pentru orice numere întregi m și n.

2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6,+,\cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6=\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5}\}$.

5p **a)** Rezolvați în $\mathbb{Z}_6$ ecuația $\hat{3}x+\hat{2}=\hat{5}$.

5p **b)** Determinați mulțimea valorilor funcției $f:\mathbb{Z}_6\to\mathbb{Z}_6$, $f(x)=x^3-x$.

5p **c)** Determinați numărul elementelor mulțimii $H=\{x^{10}\mid x\in\mathbb{Z}_6\}$.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{1}{x}+\ln x$.

5p **a)** Calculați $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}$.

5p **b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=1$, situat pe graficul funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $f(x)\geq 1$ pentru orice $x\in(0,+\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x^2}{x+1}$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 (x+1)f(x)\,dx$.

5p **b)** Calculați $\int_1^e (x+1)f(x)\ln x\,dx$.

5p **c)** Arătați că $F(e-1)=\frac{e^2-4e+7}{2}$, unde $F:(-1,+\infty)\to\mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0)=1$.

Examenul de bacalaureat naţional 2015
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Determinați numărul real care are partea întreagă -2 și partea fracționară $0,75$.

5p **2.** Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=-\frac{4}{3}x+4$ cu axa Ox și, respectiv, cu axa Oy.

5p **3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+10}=81$.

5p **4.** Determinați numărul natural n pentru care $C_n^0+C_n^1+C_n^2+\ldots+C_n^n=64$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-1,1)$, $N(3,1)$ și $P(3,5)$. Arătați că triunghiul MNP este isoscel.

5p **6.** Calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC, știind că $AB=6$, $AC=8$ și $BC=10$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(x,a)=\begin{pmatrix} x & a & a \\ -a & x & a \\ -a & -a & x \end{pmatrix}$, unde x și a sunt numere reale.

5p **a)** Calculați $\det\left(A(2,0)\right)$.

5p **b)** Arătați că $A(x,a)+A(x,-a)=2x\,A(1,0)$, pentru orice numere reale x și a.

5p **c)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det\left(A(x,-3)\right)=0$.

2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x\circ y=3xy+3x+3y+2$.

5p **a)** Arătați că $x\circ y=3(x+1)(y+1)-1$, pentru orice numere reale x și y.

5p **b)** Determinați numerele întregi a și b, știind că $a\circ b=2$.

5p **c)** Calculaţi $(-1)\circ 0\circ 1\circ\ldots\circ 2015$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x-e^x+1$.

5p **a)** Calculați $f'(x)$, $x\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f.

5p **c)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=4x^3+3x^2+2x+1$.

5p **a)** Calculați $\int_0^1 f(x)\,dx$.

5p **b)** Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(-1)=1$.

5p **c)** Arătați că pentru orice număr real nenul a are loc relația $\int_0^a f(x)\,dx+\frac{1}{a}\int_a^0 f(x)\,dx=a^4-1$.

Examenul de bacalaureat naţional 2016
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiinţe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Determinaţi raţia progresiei aritmetice $(a_n)_{n\geq 1}$, ştiind că $2a_{10}=a_5+a_6+36$.
5p	**2.** Determinaţi abscisele punctelor de intersecţie a graficului funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+3x-1$ cu dreapta de ecuație $y=x-1$.
5p	**3.** Rezolvaţi în mulţimea numerelor reale ecuaţia $\log_2\frac{x-1}{x+1}+\log_2\left(x^2-1\right)=4$.
5p	**4.** Calculaţi probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor divizibil cu 10.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(1,4)$ și $C(5,1)$. Determinaţi coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC.
5p	**6.** Arătaţi că $\frac{1+\cos 2x}{1-\cos 2x}=\mathrm{ctg}^2 x$, pentru orice $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $M(x)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 2 & 3 & 1\\ x & 2x-1 & 1\end{pmatrix}$, unde x este număr real.
5p	**a)** Calculaţi $\det(M(0))$.
5p	**b)** Demonstrați că $2M(x)-M(-x)=M(3x)$, pentru orice număr real x.
5p	**c)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(n,2n-1)$ și $B\left(n^2,2n^2-1\right)$, unde n este număr natural, $n\geq 2$. Demonstrați că aria triunghiului OAB este număr natural.
	2. Pe mulţimea numerelor reale se defineşte legea de compoziţie asociativă $x\circ y=6xy-2x-2y+1$.
5p	**a)** Calculați $1\circ\frac{1}{3}$.
5p	**b)** Determinaţi elementul neutru al legii de compoziţie „$\circ$”.
5p	**c)** Calculați $\frac{1}{1008}\circ\frac{2}{1008}\circ\frac{3}{1008}\circ\ldots\circ\frac{2016}{1008}$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{x}{x^4+3}$.
5p	**a)** Arătaţi că $f'(x)=-\frac{3(x-1)(x+1)\left(x^2+1\right)}{\left(x^4+3\right)^2}$, $x\in\mathbb{R}$.
5p	**b)** Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $-\frac{1}{4}\leq f(x)\leq\frac{1}{4}$, pentru orice număr real x.

2. Se consideră funcţia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=xe^x-2$.

5p **a)** Determinaţi primitiva F a funcţiei f, pentru care $F(1)=0$.

5p **b)** Calculați $\int_0^1 x\,f(x)\,dx$.

5p **c)** Determinați numerele reale x, știind că $\int_1^x f(t)\,dt=0$.