

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numărul complex z , știind că $2z + \bar{z} = 6 + i$, unde \bar{z} este conjugatul lui z .
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x - 5$. Calculați $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(10)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2(x+3) = 1 + \log_2(x+1)$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele egale.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$ și $B(5,5)$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul $C(-2,6)$ și este perpendiculară pe dreapta AB .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul ABC cu $AB = 3\sqrt{2}$, $m(\sphericalangle ACB) = 30^\circ$ și $m(\sphericalangle BAC) = 45^\circ$. Determinați lungimea laturii BC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & x \\ 4 & 9 & x^2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Calculați $A(1) - A(0)$.
- 5p** b) Arătați că $\det(A(x)) = (x-2)(x-3)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numărul real a pentru care $\det(A(a)) \leq \det(A(x))$, pentru orice număr real x .
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x \circ y = 4xy - 4x - 4y + 5$.
- 5p** a) Arătați că $x \circ y = 4(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Arătați că $N = 2016 \circ 2017$ este pătratul unui număr natural.
- 5p** c) Determinați numerele naturale a și b pentru care $a \circ b = 13$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 \ln x$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = x(2 \ln x + 1)$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $1 + 2e f(x) \geq 0$, pentru orice număr real x , $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = (x-1)e^x$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^1 f(x)e^{-x} dx = -\frac{1}{2}$.
- 5p** b) Determinați numărul real a , știind că funcția $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = (x+a)e^x$ este o primitivă a funcției f .
- 5p** c) Arătați că $\int_0^1 x^3 f(x) dx \leq -\frac{1}{20}$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați conjugatul numărului complex $z = 1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$.
- 5p** 2. Determinați valoarea maximă a funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -x^2 + 4x - 5$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3 - \sqrt{x^2 + 3} = x$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă cifrele distincte.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,3)$, $B(4,0)$ și $C(2,0)$. Determinați aria triunghiului ABC .
- 5p** 6. Arătați că $(\sin x + \cos x)^2 + (\sin x - \cos x)^2 = 2$ pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(a,b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & b \\ 1 & a^2 & b^2 \end{vmatrix}$, unde a și b sunt numere reale.
- 5p** a) Calculați $D(1,0)$.
- 5p** b) Arătați că $D(a,b) = (a-1)(b-1)(b-a)$ pentru orice numere reale a și b .
- 5p** c) Demonstrați că numărul $D(m,n)$ este par pentru orice numere întregi m și n .
2. Se consideră inelul $(\mathbb{Z}_6, +, \cdot)$, unde $\mathbb{Z}_6 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \hat{3}, \hat{4}, \hat{5}\}$.
- 5p** a) Rezolvați în \mathbb{Z}_6 ecuația $\hat{3}x + \hat{2} = \hat{5}$.
- 5p** b) Determinați mulțimea valorilor funcției $f: \mathbb{Z}_6 \rightarrow \mathbb{Z}_6$, $f(x) = x^3 - x$.
- 5p** c) Determinați numărul elementelor mulțimii $H = \{x^{10} \mid x \in \mathbb{Z}_6\}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 1$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $f(x) \geq 1$ pentru orice $x \in (0, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$.
- 5p** a) Calculați $\int_0^1 (x+1)f(x) dx$.
- 5p** b) Calculați $\int_1^e (x+1)f(x) \ln x dx$.
- 5p** c) Arătați că $F(e-1) = \frac{e^2 - 4e + 7}{2}$, unde $F: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ este primitiva funcției f pentru care $F(0) = 1$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Determinați numărul real care are partea întregă -2 și partea fracționară $0,75$.
- 5p 2. Calculați distanța dintre punctele de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\frac{4}{3}x + 4$ cu axa Ox și, respectiv, cu axa Oy .
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x+10} = 81$.
- 5p 4. Determinați numărul natural n pentru care $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 64$.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(-1,1)$, $N(3,1)$ și $P(3,5)$. Arătați că triunghiul MNP este isoscel.
- 5p 6. Calculați raza cercului înscris în triunghiul ABC , știind că $AB = 6$, $AC = 8$ și $BC = 10$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x, a) = \begin{pmatrix} x & a & a \\ -a & x & a \\ -a & -a & x \end{pmatrix}$, unde x și a sunt numere reale.
- 5p a) Calculați $\det(A(2,0))$.
- 5p b) Arătați că $A(x, a) + A(x, -a) = 2xA(1,0)$, pentru orice numere reale x și a .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(x, -3)) = 0$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 3xy + 3x + 3y + 2$.
- 5p a) Arătați că $x \circ y = 3(x+1)(y+1) - 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p b) Determinați numerele întregi a și b , știind că $a \circ b = 2$.
- 5p c) Calculați $(-1) \circ 0 \circ 1 \circ \dots \circ 2015$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x - e^x + 1$.
- 5p a) Calculați $f'(x)$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p b) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $-\infty$ la graficul funcției f .
- 5p c) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$.
- 5p a) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p b) Determinați primitiva F a funcției f pentru care $F(-1) = 1$.
- 5p c) Arătați că pentru orice număr real nenul a are loc relația $\int_0^a f(x) dx + \frac{1}{a} \int_a^0 f(x) dx = a^4 - 1$.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați rația progresiei aritmetice $(a_n)_{n \geq 1}$, știind că $2a_{10} = a_5 + a_6 + 36$.
- 5p** 2. Determinați abscisele punctelor de intersecție a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 3x - 1$ cu dreapta de ecuație $y = x - 1$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_2 \frac{x-1}{x+1} + \log_2 (x^2 - 1) = 4$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă produsul cifrelor divizibil cu 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(1,4)$ și $C(5,1)$. Determinați coordonatele centrului cercului circumscris triunghiului ABC .
- 5p** 6. Arătați că $\frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x} = \operatorname{ctg}^2 x$, pentru orice $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ x & 2x-1 & 1 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Calculați $\det(M(0))$.
- 5p** b) Demonstrați că $2M(x) - M(-x) = M(3x)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(n, 2n-1)$ și $B(n^2, 2n^2-1)$, unde n este număr natural, $n \geq 2$. Demonstrați că aria triunghiului OAB este număr natural.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x \circ y = 6xy - 2x - 2y + 1$.
- 5p** a) Calculați $1 \circ \frac{1}{3}$.
- 5p** b) Determinați elementul neutru al legii de compoziție „ \circ ”.
- 5p** c) Calculați $\frac{1}{1008} \circ \frac{2}{1008} \circ \frac{3}{1008} \circ \dots \circ \frac{2016}{1008}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^4 + 3}$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = -\frac{3(x-1)(x+1)(x^2+1)}{(x^4+3)^2}$, $x \in \mathbb{R}$.
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=0$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $-\frac{1}{4} \leq f(x) \leq \frac{1}{4}$, pentru orice număr real x .

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = xe^x - 2$.

5p a) Determinați primitiva F a funcției f , pentru care $F(1) = 0$.

5p b) Calculați $\int_0^1 xf(x)dx$.

5p c) Determinați numerele reale x , știind că $\int_1^x f(t)dt = 0$.