

Examenul de bacalaureat național 2018

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați partea întreagă a numărului real $a = \sqrt[3]{125} + \sqrt{5}$.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + m$, unde m este număr real. Determinați numărul real m , știind că $(f \circ f)(x) = f(x+1)$, pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x+1} \leq \left(\frac{2}{3}\right)^{3x+5}$.
- 5p** 4. Determinați numărul de submulțimi cu cel puțin trei elemente ale mulțimii $A = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul MNP cu $MN = 6$, $MP = 8$ și $m(\sphericalangle M) = 90^\circ$. Calculați lungimea vectorului $\vec{u} = \vec{MN} + \vec{MP}$.
- 5p** 6. Determinați numărul real x , știind că $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x + 2 = 0$ și $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} x & 0 & 2x-1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 2x-1 & 0 & x \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Determinați numerele reale x pentru care $\det(A(x)) = 0$.
- 5p** b) Demonstrați că $A(x) + A(1-x) = 2A\left(\frac{1}{2}\right)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $A(x) \cdot A(1-x) = \frac{1}{2}A\left(\frac{1}{2}\right)$.
2. Pe mulțimea $\mathbb{Z}_{20} = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}, \dots, \hat{19}\}$ se definește legea de compoziție $x \circ y = xy + \hat{3}x + \hat{3}y + \hat{9}$.
- 5p** a) Demonstrați că $x \circ y = (x + \hat{3})(y + \hat{3})$, pentru orice $x, y \in \mathbb{Z}_{20}$.
- 5p** b) Determinați $a \in \mathbb{Z}_{20}$, știind că $a \circ x = \hat{0}$ pentru orice $x \in \mathbb{Z}_{20}$.
- 5p** c) Dați exemplu de $a, b \in \mathbb{Z}_{20} \setminus \{\hat{17}\}$ pentru care $a \circ b = \hat{0}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - \sqrt{x}$.
- 5p** a) Arătați că $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{x - 1} = \frac{7}{2}$.
- 5p** b) Determinați imaginea funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că $2e^{2x} - e^{\frac{x}{2}} + \frac{3}{8} \geq 0$, pentru orice număr real x .

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg} x$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 f(\operatorname{tg} x) dx = \frac{1}{2}$.

5p b) Calculați $\int_0^1 \frac{f(x)}{x^2 + 1} dx$.

5p c) Demonstrați că $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{n+2} \leq (n+1) \int_0^1 x^n f(x) dx \leq \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2(n+2)}$, pentru orice număr natural nenul n .

Examenul de bacalaureat național 2017
Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Arătați că $\frac{2+i}{2-i} + \frac{2-i}{2+i} = \frac{6}{5}$, unde $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - (2m+3)x + m^2 + 3m + 2 = 0$. Arătați că $(x_1 - x_2)^2 = 1$, pentru orice număr real m .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x-3} = 5 - x$.
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre distincte se pot forma doar cu cifre pare.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC și punctele M , N și P , mijloacele laturilor AB , BC , respectiv AC . Demonstrați că $\overline{BM} + \overline{BN} = \overline{BP}$.
- 5p** 6. Determinați numerele reale x , știind că $\sin 2x = \cos x$ și $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 3 \\ 1 & 3 & a \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + ay + 3z = 2 \\ x + 3y + az = 2 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(a)) = (a+1)(a-3)$, pentru orice număr real a .
- 5p** b) Determinați numerele reale m pentru care $A(m)A(2-m) = A(2-m)A(m)$.
- 5p** c) Determinați numerele întregi a pentru care sistemul are soluție unică (x_0, y_0, z_0) , iar x_0 , y_0 și z_0 sunt numere întregi.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = -5xy + 10x + 10y - 18$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = 2 - 5(x-2)(y-2)$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Determinați numerele naturale n , știind că $(n * n) * n = n$.
- 5p** c) Arătați că, dacă $a * a = b$ și $b * b = a$, atunci $a = b = 2$ sau $a = b = \frac{9}{5}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}$.
- 5p** a) Determinați intervalele de monotonie a funcției f .
- 5p** b) Arătați că $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x))^{2x} = \frac{1}{e^2}$.
- 5p** c) Demonstrați că pentru orice număr real a , $a \in (-\sqrt{2}, -1)$, ecuația $f(x) = a$ are exact două soluții reale distincte.

2. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ și, pentru fiecare număr natural nenul n , se

consideră numărul $I_n = \int_0^1 x^n f(x) dx$.

5p a) Arătați că $\int_0^1 f(x) dx = 2(\sqrt{2} - 1)$.

5p b) Demonstrați că $I_n \leq \frac{1}{n+1}$, pentru orice număr natural nenul n .

5p c) Demonstrați că $(2n+1)I_n = 2\sqrt{2} - 2nI_{n-1}$, pentru orice număr natural n , $n \geq 2$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Simulare pentru elevii clasei a XII-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numerele reale a și b , știind că $\frac{1+i}{1-i} = a + ib$ și $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Determinați coordonatele punctelor de intersecție cu axele de coordonate a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 8$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $9^{\frac{x+2}{2}} + 3^{x+1} = 36$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să nu conțină cifra 6.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, 2)$, $B(2, 3)$ și $C(0, -2)$. Determinați ecuația paralelei duse prin C la AB .
- 5p** 6. Determinați $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ pentru care $\frac{1 + \sin x}{\sin x} = \frac{1 + \cos x}{\cos x}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(a) = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(a)) = (a+2)(a-1)^2$, pentru orice număr real a .
- 5p** b) Calculați inversa matricei $A(-1)$ în $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.
- 5p** c) Determinați perechile de numere naturale (a, b) pentru care matricea $A(a) \cdot A(b)$ are suma elementelor egală cu 24.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = 3xy - 3x - 3y + 4$. Legea „ $*$ ” este asociativă și are element neutru.
- 5p** a) Arătați că $x * y = 3(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Calculați $\frac{1}{1007} * \frac{2}{1007} * \frac{3}{1007} * \dots * \frac{2014}{1007}$.
- 5p** c) Determinați numerele reale x care sunt egale cu simetricile lor față de legea „ $*$ ”.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x-1}$.
- 5p** a) Determinați ecuația asimptotei oblice la graficul funcției f .
- 5p** b) Determinați ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul de abscisă $x = 2$, situat pe graficul funcției f .
- 5p** c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)^{x+3}$.
2. Pentru fiecare număr natural nenul n se consideră numărul $I_n = \int_0^1 \frac{x^n}{x+1} dx$.
- 5p** a) Calculați I_1 .
- 5p** b) Arătați că $I_{n+1} + I_n = \frac{1}{n+1}$, pentru orice număr natural nenul n .
- 5p** c) Arătați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} (n+1)I_n = \frac{1}{2}$.

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Calculați partea reală a numărului complex $z = \frac{3+2i}{2-3i}$.
- 5p** 2. Determinați numărul real a , știind că funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x - a$ are graficul tangent axei Ox .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x} + 3 \cdot 4^x - 16 = 0$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu două elemente ale mulțimii $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, aceasta să aibă un singur element număr par.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $M(2,3)$ și $N(4,1)$. Determinați ecuația mediatoarei segmentului MN .
- 5p** 6. Arătați că $(\sin x + \sin(\pi - x))^2 + (\cos x + \cos(2\pi - x))^2 = 4$, pentru orice număr real x .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(x) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ x & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Arătați că $A(1) + A(-1) = 2A(0)$.
- 5p** b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\det(A(x) + I_3) = 0$.
- 5p** c) Arătați că $\det(aI_3 - bA(-1) + cA(-1) \cdot A(-1)) \geq 0$, pentru orice numere reale pozitive a , b și c .
2. Pe mulțimea numerelor întregi se definește legea de compoziție asociativă și cu element neutru $x * y = xy - 5x - 5y + 30$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = (x - 5)(y - 5) + 5$, pentru orice numere întregi x și y .
- 5p** b) Determinați elementele simetrizabile în raport cu legea de compoziție „*”.
- 5p** c) Calculați $d_1 * d_2 * \dots * d_8$, unde d_1, d_2, \dots, d_8 sunt divizorii naturali ai lui 2015.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - \ln(x+1)$.
- 5p** a) Calculați $f'(x)$, $x \in (-1, +\infty)$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - f(x) - \ln 2}{x - 1}$.
- 5p** c) Demonstrați că $\ln(x+1) \leq x$, pentru orice $x \in (-1, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Calculați $\int_0^1 f(x) dx$.
- 5p** b) Arătați că $\int_0^1 \frac{f(x) + x^2 f(x)}{x^4 + 1} dx = \frac{\pi}{8}$.
- 5p** c) Calculați $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x f(t) dt$.

Examenul de bacalaureat național 2016
Proba E. c)

Matematică $M_mate-info$

Clasa a XII-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numerele reale a și b , știind că $(a+b)(i+1) = (a-b+1)(i-1)$, unde $i^2 = -1$.
- 5p** 2. Determinați numerele reale m , pentru care funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - mx + 1$ are valoarea minimă egală cu -3 .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_3 x = \log_x 3$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea numerelor naturale de două cifre, acesta să aibă ambele cifre pătrate perfecte.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(-1, a)$, $B(0, -3)$ și $C(1, 1)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a , știind că $AB + BC = AC$.
- 5p** 6. Determinați $a \in (0, \pi)$, știind că $\left(\sin \frac{\pi}{7} - \cos a\right)^2 + \left(\cos \frac{\pi}{7} - \sin a\right)^2 = 2$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(m) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & m \\ m & m & 1 \\ 1 & m & 1 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
- 5p** a) Calculați $\det(A(1))$.
- 5p** b) Determinați valorile reale ale lui m , pentru care matricea $A(m)$ este inversabilă.
- 5p** c) Rezolvați ecuația matriceală $X \cdot A(0) = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, unde $X \in \mathcal{M}_{2,3}(\mathbb{R})$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție asociativă $x * y = xy - 4x - 4y + 20$.
- 5p** a) Arătați că $x * y = (x-4)(y-4) + 4$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** b) Calculați $1 * 2 * 3 * \dots * 2016$.
- 5p** c) Determinați numerele naturale a , b și c , știind că $a < b < c$ și $a * b * c = 66$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \setminus \{-1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$.
- 5p** a) Determinați ecuația asimptotei orizontale spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** b) Determinați coordonatele punctului situat pe graficul funcției f , în care tangenta la graficul funcției f este paralelă cu axa absciselor.
- 5p** c) Calculați $\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(1) + f(2) + \dots + f(n))^n$.

2. Se consideră funcția $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{\ln x}{x}$.

5p a) Calculați $\int_2^4 \frac{1}{\ln x} f(x) dx$.

5p b) Arătați că $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 1 - \frac{2}{e}$.

5p c) Demonstrați că $\lim_{n \rightarrow +\infty} \int_1^e \frac{f(x)}{x^n} dx = 0$.