

**Examenul de bacalaureat național 2018**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Clasa a XI-a**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Arătați că numărul  $n = \frac{1}{\sqrt{3}-1} - \frac{1}{\sqrt{3}+1}$  este natural.
- 5p** 2. Determinați numărul real  $m$  pentru care punctul  $A(1,2)$  aparține graficului funcției  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 2x + 3m$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\log_2 x + \log_x 2 = 2$ .
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr  $n$  din mulțimea  $M = \{1, 2, 3, 4\}$ , acesta să verifice inegalitatea  $\frac{(n+2)!}{n!} \leq 20$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1,a)$ ,  $B(b,7)$  și  $C(2,5)$ , unde  $a$  și  $b$  sunt numere reale. Știind că punctul  $C$  este mijlocul segmentului  $AB$ , determinați numerele reale  $a$  și  $b$ .
- 5p** 6. Calculați lungimea laturii  $AC$  a  $\Delta ABC$ , știind că  $AB = 6$ ,  $m(\sphericalangle B) = 45^\circ$  și  $m(\sphericalangle C) = 30^\circ$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul  $D(x) = \begin{vmatrix} x & x & x \\ 3 & -1 & x \\ 2 & x & -1 \end{vmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $D(-2) = 16$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $D(x) = x(x+1)(6-x)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** c) Determinați numerele naturale  $a$  pentru care  $D(\sqrt{a}) = 0$ .
2. Se consideră matricea  $M(m) = \begin{pmatrix} 1 & 2-m \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $M(1) + M(3) = 2M(2)$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $M(m) \cdot M(n) = M(m+n-2)$ , pentru orice numere reale  $m$  și  $n$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $x$ , știind că  $M(x) \cdot M(x) = M(x^2 - 1)$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{x - 3} = 2$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(2x)}{f(x)}$ .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x + 4, & x \in (-\infty, 1) \\ 3x, & x \in [1, +\infty) \end{cases}$ .
- 5p** a) Demonstrați că funcția  $f$  este continuă în punctul  $x = 1$ .

**5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{f(x)} - 3}{x - 3}$ .

**5p** c) Se consideră funcția  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 1 + x^3 - x^4$ . Demonstrați că ecuația  $(f + g)(x) = 0$  are cel puțin o soluție în intervalul  $(0, 2)$ .

**Examenul de bacalaureat național 2017**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Clasa a XI-a**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Calculați rația progresiei aritmetice  $(a_n)_{n \geq 1}$ , știind că  $a_1 = a_3 - 6$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 2x + m$ , unde  $m$  este număr real. Determinați numărul real  $m$  pentru care punctul  $A(1,3)$  este situat pe graficul funcției  $f$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $3^x + 3^{x+2} = 10$ .
- 5p** 4. După o ieftinire cu 15%, prețul unui stilou este de 17 lei. Calculați prețul stiloului înainte de ieftinire.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră dreapta  $d$  de ecuație  $y = -x + 3$ . Determinați numărul real  $a$ , știind că dreapta  $d'$  de ecuație  $y = ax - 5$  este perpendiculară pe dreapta  $d$ .
- 5p** 6. Calculați aria triunghiului  $ABC$ , știind că  $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$ ,  $\operatorname{tg} B = \frac{3}{4}$  și  $AC = 15$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul  $D(a) = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 \\ a+1 & a & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $D(0) = -12$ .
- 5p** b) Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $D(a) = a^2$ .
- 5p** c) În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(3,1)$ ,  $B(n+1,n)$ , unde  $n$  este număr natural și  $C(1,3)$ . Determinați numerele naturale  $n$ , știind că punctele  $A$ ,  $B$  și  $C$  sunt vârfurile unui triunghi care are aria egală cu 1.
2. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} -1 & x \\ 2 & x-3 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $A(0) + A(2) = 2A(1)$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $A(1) \cdot A(x) + 3A(1) = O_2$ , pentru orice număr real  $x$ , unde  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ .
- 5p** c) Determinați valorile reale ale lui  $a$  pentru care matricea  $B = I_2 + aA(1)$  este inversabilă, unde  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x+5}{x^2+x+2}$ .
- 5p** a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} ((2x-1)f(x))$ .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .

2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x^3 + 1, & x \in (-\infty, 0] \\ \sqrt{3x+1}, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$ .

**5p** a) Arătați că  $f(-2) \cdot f(5) = -28$ .

**5p** b) Demonstrați că funcția  $f$  este continuă în punctul  $x = 0$ .

**5p** c) Arătați că, dacă  $p$  și  $q$  sunt numere reale astfel încât  $(p+1) \cdot (q+1) < 0$ , atunci  $f(p) \cdot f(q) < 0$ .

**Examenul de bacalaureat național 2014**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Simulare pentru elevii clasei a XI-a**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Determinați numărul real  $m$  din egalitatea  $m + 2^3 = \sqrt{16} - 2$ .
- 5p** 2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 3x + 2$ . Determinați numerele reale  $x$  pentru care  $f(x) = 2$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $8^x = 2^{x-2}$ .
- 5p** 4. O firmă folosește pentru publicitate 3000 de lei, ceea ce reprezintă 5% din profitul anual. Determinați profitul anual al firmei.
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră dreapta  $d$  de ecuație  $x - 2y + 1 = 0$ . Determinați numărul real  $a$ , știind că punctul  $A(a, 2)$  aparține dreptei  $d$ .
- 5p** 6. În triunghiul  $ABC$  dreptunghic în  $A$ ,  $AB = 3$  și  $AC = 4$ . Determinați  $\sin B$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră determinanții  $d = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 1 \end{vmatrix}$  și  $D(a) = \begin{vmatrix} 4-a & a-1 \\ a+1 & 4-a \end{vmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $d = 1$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $D(a) = 1$ .
- 5p** c) În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(1, 1)$ ,  $B(2, 4)$  și  $C(3, m)$ . Determinați numerele reale  $m$  știind că  $\mathcal{A}_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}$ .
2. Se consideră matricea  $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Calculați  $A(2) + A(-2)$ .
- 5p** b) Determinați numerele reale  $p$  și  $q$  pentru care  $A(2) \cdot \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ .
- 5p** c) Arătați că matricea  $A(x)$  este inversabilă pentru orice număr întreg  $x$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .
- 5p** a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .
- 5p** b) Calculați  $\lim_{x \rightarrow +\infty} xf(x)$ .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} x - 2, & x < 2 \\ x^2 - 4x + 4, & x \geq 2 \end{cases}$ .
- 5p** a) Calculați  $f(1) \cdot f(3)$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $f$  este continuă în punctul  $x = 2$ .
- 5p** c) Demonstrați că  $f(a) \cdot f(b) < 0$ , pentru orice  $a < 2$  și  $b > 2$ .

**Examenul de bacalaureat național 2015**

**Proba E. c)**

**Matematică *M\_tehnologic***

**Clasa a XI-a**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Calculați media aritmetică a numerelor  $a = 3$  și  $b = \sqrt{25}$ .
- 5p** 2. Calculați  $(f \circ g)(-2)$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 3x - 4$  și  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $g(x) = 2x + 5$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $\sqrt{2x^2 + 4} = 2\sqrt{3}$ .
- 5p** 4. Determinați numărul elementelor care sunt divizibile cu 5 și nu sunt divizibile cu 10, din mulțimea  $M = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ .
- 5p** 5. Determinați numărul real  $m$ , știind că punctul  $A(3, m-1)$  este situat pe dreapta de ecuație  $x + y - 3 = 0$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $AB = 5$ ,  $AC = 5$  și  $BC = 6$ . Calculați  $\cos B$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul  $D(m) = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ m & 1 & -1 \\ 2 & 3 & m \end{vmatrix}$ , unde  $m$  este număr real.
- 5p** a) Calculați  $D(0)$ .
- 5p** b) Arătați că  $D(m) = (m+2)(m+3)$ , pentru orice număr real  $m$ .
- 5p** c) Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $D(n^2 - 3n) = 0$ .
2. Se consideră matricea  $A(a) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ a & 3 \end{pmatrix}$ , unde  $a$  este număr real.
- 5p** a) Arătați că  $A(-1) + A(1) = 2A(0)$ .
- 5p** b) Determinați numărul real  $a$  pentru care  $A(a) \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = 5I_2$ , unde  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** c) Determinați matricea  $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ , știind că  $A(1) \cdot X = 4A(2)$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x + \frac{4}{x-2}$ .
- 5p** a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei oblice spre  $+\infty$  la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 2} ((x-2)f(x))$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x - 1, & x \leq 1 \\ x + 1, & x > 1 \end{cases}$ .
- 5p** a) Calculați  $f(0) + f(2)$ .
- 5p** b) Arătați că funcția  $f$  este continuă în  $x = 1$ .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $f(x) \leq 0$ .

**Examenul de bacalaureat național 2016**  
**Proba E. c)**  
**Matematică *M\_tehnologic***  
**Clasa a XI-a**

**Simulare**

*Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale*

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

**SUBIECTUL I**

**(30 de puncte)**

- 5p** 1. Se consideră progresia geometrică  $(b_n)_{n \geq 1}$  cu  $b_1 = 2$  și  $b_2 = 8$ . Calculați  $b_1 + b_2 + b_3$ .
- 5p** 2. Determinați numerele reale  $a$  pentru care  $f(a-5) = f(5)$ , unde  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 - 4x + 1$ .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația  $2 \cdot 2^x = 4^{x-2}$ .
- 5p** 4. Determinați câte numere naturale de trei cifre se pot forma cu cifrele din mulțimea  $A = \{0, 2, 4, 5\}$ .
- 5p** 5. În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $A(5, -2)$  și  $B(-1, 4)$ . Determinați coordonatele punctului  $M$ , știind că  $\overline{AM} = \overline{MB}$ .
- 5p** 6. Se consideră triunghiul  $ABC$  cu  $m(\sphericalangle ABC) = 30^\circ$ ,  $AB = 8$  și  $BC = 12$ . Calculați aria triunghiului  $ABC$ .

**SUBIECTUL al II-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră determinantul  $d(x) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & x+1 \\ 3 & 3 & x^2+2 \end{vmatrix}$ , unde  $x$  este număr real.
- 5p** a) Calculați  $d(0)$ .
- 5p** b) Demonstrați că  $d(x) = -2(x-1)(x+1)$ , pentru orice număr real  $x$ .
- 5p** c) Arătați că, dacă  $x$  și  $y$  sunt două numere reale diferite astfel încât  $d(x) = d(y)$ , atunci  $x + y = 0$ .
2. Se consideră matricele  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$  și  $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .
- 5p** a) Calculați  $A + I_2$ .
- 5p** b) Arătați că inversa matricei  $M = A + I_2 + A \cdot A$  este matricea  $-A$ .
- 5p** c) Determinați numărul real  $x$ , pentru care avem  $(A + I_2)(B + I_2) = 2I_2$ , unde  $B = \begin{pmatrix} 0 & x \\ x^2 & 0 \end{pmatrix}$ .

**SUBIECTUL al III-lea**

**(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția  $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 3x + 5}}{x + 2}$ .
- 5p** a) Calculați  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ .
- 5p** b) Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției  $f$ .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei orizontale la graficul funcției  $f$ .
2. Se consideră funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x \in (-\infty, 0] \\ 1 - x^3, & x \in (0, +\infty) \end{cases}$ .
- 5p** a) Calculați  $f(-1) + f(1)$ .
- 5p** b) Demonstrați că funcția  $f$  este continuă în punctul  $x = 0$ .
- 5p** c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația  $f(x) \geq 0$ .