

Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numărul real x , știind că numerele $x+2$, 7 și $2x$ sunt în progresie aritmetică.
- 5p** 2. Se consideră x_1 și x_2 soluțiile ecuației $x^2 - 2(m-1)x + 2m^2 - 2m = 0$. Determinați numărul real m , $m \neq 0$, $m \neq 1$ pentru care $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 4$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $5^{2x} = 125 \cdot 5^{-x}$.
- 5p** 4. Determinați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu două elemente ale mulțimii $M = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, aceasta să conțină elementul 10.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(2,3)$ și $C(3,a)$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care punctele A , B și C sunt coliniare.
- 5p** 6. Arătați că $2\sqrt{2} \operatorname{tg} x + 1 = 0$, știind că $\sin x = \frac{1}{3}$ și $x \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} \frac{x+1}{2} & \frac{x-1}{2} \\ \frac{x-1}{2} & \frac{x+1}{2} \end{pmatrix}$, unde x este număr real.

- 5p** a) Calculați $\det(A(3))$.
- 5p** b) Demonstrați că $\det(A(x)) \cdot \det(A(y)) = \det(A(xy))$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Demonstrați că $\det(A(1) + A(2) + \dots + A(n)) = n(\det(A(1)) + \det(A(2)) + \dots + \det(A(n)))$, pentru orice număr natural nenul n .
2. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $A - B$.
- 5p** b) Arătați că $(A + I_2) \cdot (B - I_2) = 6 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.
- 5p** c) Demonstrați că, dacă $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ astfel încât $X \cdot A = A \cdot X$ și $X \cdot B = B \cdot X$, atunci $X \cdot Y = Y \cdot X$, pentru orice $Y \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2 + ax + 6}{x+1}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Pentru $a = 7$, calculați $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$.
- 5p** b) Determinați numărul real a , pentru care dreapta de ecuație $y = x + 2$ este asimptotă oblică spre $+\infty$ la graficul funcției f .
- 5p** c) Demonstrați că, oricare ar fi numărul real a , funcția f **nu** admite asimptotă orizontală spre $+\infty$.

2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{2mx}{2-x}, & x \in (-\infty, -2) \\ 2x + 4 - m, & x \in [-2, +\infty) \end{cases}$, unde m este număr real.

5p a) Demonstrați că funcția f este continuă pe \mathbb{R} , pentru orice număr real m .

5p b) Pentru $m = 1$, rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $f(x) = 0$.

5p c) Determinați numărul real m pentru care $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - 2x)$.

Examenul de bacalaureat național 2014

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Simulare pentru elevii clasei a XI-a

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați numărul real x știind că numerele 4, 36 și x sunt în progresie geometrică.
- 5p** 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + a$, unde a este număr real. Determinați numărul real a pentru care $(f \circ f)(x) = x$ pentru orice număr real x .
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{-x+2} = \sqrt{3}$.
- 5p** 4. Determinați numărul submulțimilor cu cel mult 3 elemente ale mulțimii $M = \{1, 2, 3, 4\}$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(2, -3)$ și dreapta $d: 2x + y - 5 = 0$. Determinați ecuația dreptei care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta d .
- 5p** 6. Calculați $\sin 2x$, știind că $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și $\cos x = \frac{3\sqrt{5}}{7}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- 5p** 1. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $O(0,0)$, $A(0,2)$, $B(3,5)$ și $C(6,8)$.
- 5p** a) Determinați ecuația dreptei AC .
- 5p** b) Verificați dacă punctele A , B și C sunt coliniare.
- 5p** c) Demonstrați că aria triunghiului AOB este egală cu aria triunghiului BOC .
2. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p** a) Calculați $2A + 2B$.
- 5p** b) Arătați că $(A - B) \cdot (B - A) = -8I_2$.
- 5p** c) Determinați matricea $X = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $A \cdot X = X \cdot B$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{x}{x+e}$.
- 5p** a) Calculați $\lim_{x \rightarrow e} f(x)$.
- 5p** b) Arătați că dreapta de ecuație $x = 0$ este asimptotă verticală la graficul funcției f .
- 5p** c) Determinați ecuația asimptotei spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} x - 6, & x \leq 2 \\ x^2 - a, & x > 2 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Determinați numărul real a știind că funcția f este continuă în punctul $x = 2$.
- 5p** b) Pentru $a = 8$, rezolvați ecuația $f(x) = 0$.
- 5p** c) Pentru $a = 8$, stabiliți semnul funcției f .

Examenul de bacalaureat național 2015

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Calculați a_{2015} , știind că $(a_n)_{n \geq 1}$ este progresie aritmetică cu $a_1 = 2015$ și $r = -1$.
- 5p 2. Determinați numărul real m , știind că punctul $A(2, -3)$ aparține graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - (2m+1)x + 3$.
- 5p 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-1} = \sqrt{2}$.
- 5p 4. Calculați probabilitatea ca, alegând una dintre submulțimile cu 2 elemente ale mulțimii $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$, aceasta să fie formată doar din pătrate perfecte.
- 5p 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(5, -2)$ și $C(1, 2)$. Determinați coordonatele punctului B , știind că patrulaterul $OABC$ este paralelogram.
- 5p 6. Se consideră dreptunghiul $ABCD$ cu $AB = 3\sqrt{3}$ și $BD = 6$. Calculați aria triunghiului ABC .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră determinantul $D(x) = \begin{vmatrix} 1 & x & 4 \\ 2 & x-1 & 7-x \\ 1 & -2 & x^2 \end{vmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p a) Calculați $D(1)$.
- 5p b) Arătați că $D(x) = -(x-1)(x+1)(x+2)$, pentru orice număr real x .
- 5p c) Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $D(2^x - 3) = 0$.
2. Se consideră matricea $X(a) = \begin{pmatrix} 1+3a & -6a \\ a & 1-2a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p a) Arătați că $X(-1) + X(1) = 2X(0)$.
- 5p b) Arătați că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b+ab)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p c) Determinați valorile reale ale lui a pentru care matricea $X(a)$ este inversabilă.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.
- 5p a) Arătați că dreapta de ecuație $x=1$ este asimptotă verticală la graficul funcției f .
- 5p b) Calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 4}{x - 2}$.
- 5p c) Determinați ecuația asimptotei oblice spre $+\infty$ la graficul funcției f .
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} e^{x+1} - 3, & x \leq -1 \\ 2x^3 + (a-3)x - 4, & x > -1 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p a) Determinați numărul real a pentru care funcția f este continuă în $x = -1$.
- 5p b) Arătați că $f(x) + 2 \leq 0$, pentru orice $x \leq -1$.
- 5p c) Pentru $a = -1$, arătați că ecuația $f(x) = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $[0, 2]$.

Examenul de bacalaureat național 2016

Proba E. c)

Matematică $M_{\text{șt-nat}}$

Clasa a XI-a

Simulare

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați partea reală a numărului complex $z = i(1+i)^2$.
- 5p** 2. Determinați numerele reale m , știind că imaginea funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + mx + 1$ este intervalul $[-1, +\infty)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $2^{2x} + 2^{x+1} = 4 - 2^x$.
- 5p** 4. Determinați numărul elementelor mulțimii $M = \{1, 2, 3, \dots, 2016\}$ care sunt divizibile cu 5 și nu sunt divizibile cu 10.
- 5p** 5. Se consideră triunghiul ABC și punctul M astfel încât $\overline{CM} = 2\overline{BM}$. Arătați că $\overline{AM} = 2\overline{AB} - \overline{AC}$.
- 5p** 6. Determinați numerele reale $x \in [0, \pi]$, pentru care $\sin 2x = \sin x$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2015 & 2016 & x \\ 2015^2 & 2016^2 & x^2 \end{pmatrix}$, unde x este număr real.
- 5p** a) Calculați $\det(A(2016))$.
- 5p** b) Demonstrați că $\det(A(x)) = (2015 - x)(2016 - x)$, pentru orice număr real x .
- 5p** c) Determinați numărul real x pentru care $\det(A(x))$ are valoarea minimă.
2. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $X(a) = I_2 + aA$, unde a este număr real.
- 5p** a) Calculați $A \cdot A$.
- 5p** b) Demonstrați că $X(a) \cdot X(b) = X(a+b)$, pentru orice numere reale a și b .
- 5p** c) Determinați inversa matricei $M = X(-3) \cdot X(-2) \cdot X(-1) \cdot X(0) \cdot X(1) \cdot X(2) \cdot X(3) \cdot X(4)$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{mx^2 + 4x - m}{x-1}$, unde m este număr real.
- 5p** a) Arătați că dreapta de ecuație $x=1$ este asimptotă verticală la graficul funcției f , pentru orice număr real m .
- 5p** b) Determinați numărul real m , pentru care dreapta de ecuație $y=3$ este asimptotă orizontală la graficul funcției $g: (1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \frac{f(x)}{x}$.
- 5p** c) Pentru $m = -1$, calculați $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 5}{x - 2}$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + 2a, & x < 2 \\ ax + \log_2 x, & x \geq 2 \end{cases}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Pentru $a = 0$, calculați $f(-1) \cdot f(4)$.
- 5p** b) Demonstrați că funcția f este continuă pe \mathbb{R} , pentru orice număr real a .
- 5p** c) Demonstrați că, dacă $a \in \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$, ecuația $f(x) = 0$ are cel puțin o soluție în intervalul $(-1, 4)$.