Examenul de bacalaureat național 2017

Proba E. c)

Matematică *M_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p	**1.** Se consideră numărul complex $z=1-i$. Arătați că $z^2+2i=0$.
5p	**2.** Calculați $(g\circ f)(0)$, unde $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x+2017$ și $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-2017$.
5p	**3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $3^{x^2-3x}=3^{x-4}$.
5p	**4.** Calculați probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $M=\{1,2,3,\ldots,100\}$, acesta să fie pătrat perfect.
5p	**5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctul $A(0,1)$. Determinați ecuația dreptei d, care trece prin punctul A și este perpendiculară pe dreapta de ecuație $y=x-10$.
5p	**6.** Determinați aria triunghiului ABC, știind că $AB=6$, $AC=4$ și $A=\frac{\pi}{6}$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m-1 & -1 \\ 2 & m-2 \end{pmatrix}$, unde m este număr real.
5p	**a)** Calculați $\det(A(0))$.
5p	**b)** Demonstrați că $A(1+m)+A(1-m)=2A(1)$, pentru orice număr real m.
5p	**c)** Demonstrați că matricea $A(m)$ este inversabilă, pentru orice număr real m.
	2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x*y=-3xy+9x+9y-24$.
5p	**a)** Arătați că $x*y=-3(x-3)(y-3)+3$, pentru orice numere reale x și y.
5p	**b)** Demonstrați că legea de compoziție „$*$” este asociativă.
5p	**c)** Determinați numărul real x, pentru care $(x*x)*x=12$.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

	1. Se consideră funcția $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^3-3\ln x$.
5p	**a)** Arătați că $f'(x)=\frac{3(x-1)(x^2+x+1)}{x}$, $x\in(0,+\infty)$.
5p	**b)** Determinați ecuația asimptotei verticale la graficul funcției f.
5p	**c)** Demonstrați că $f(x)\geq 1$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$.
	2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=\frac{2x+3}{x^2+3x+3}$.
5p	**a)** Calculați $\int_1^2 (x^2+3x+3)f(x)\,dx$.
5p	**b)** Arătați că suprafața plană delimitată de graficul funcției f, axa Ox și dreptele de ecuații $x=0$ și $x=3$ are aria egală cu $\ln 7$.
5p	**c)** Demonstrați că $\int_{-1}^0 f'(x)f(x)\,dx=0$.

Examenul de bacalaureat național 2018
Proba E. c)
Matematică *M_șt-nat*

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Arătați că suma elementelor mulțimii $\{n \in \mathbb{N} \mid n(n+2) < 14\}$ este egală cu 3.

5p **2.** Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$. Determinați numerele reale a și b, știind că $f(0) = 1$ și $f(x+1) = f(x) + 2$, pentru orice număr real x.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $(x+5)^2 - 9 > 0$.

5p **4.** Determinați numărul submulțimilor ordonate cu două elemente ale mulțimii $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

5p **5.** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(0,2)$, $B(3,5)$ și $C(-1,3)$. Determinați coordonatele simetricului punctului A față de mijlocul segmentului BC.

5p **6.** Calculați sinusul unghiului D al triunghiului DEF, știind că semiperimetrul triunghiului DEF este egal cu 6, $DE = 4$ și $DF = 5$.

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ și $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5p **a)** Arătați că $\det A = 2$.

5p **b)** Determinați numerele reale x și y pentru care $A \cdot A \cdot A = xA + yI_3$.

5p **c)** Determinați inversa matricei $B = A + I_3$.

2. Pe mulțimea $M = (0, +\infty)$ se definește legea de compoziție $x \circ y = x^{2\log_3 y}$.

5p **a)** Arătați că $2 \circ 9 = 16$.

5p **b)** Determinați numărul real x, $x \in M$ pentru care $x \circ 3 = 25$.

5p **c)** Demonstrați că legea de compoziție „$\circ$” este comutativă.

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f:(1, +\infty) \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{e^x}{x-1}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \dfrac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$, $x \in (1, +\infty)$.

5p **b)** Determinați intervalele de monotonie a funcției f.

5p **c)** Demonstrați că $e^{x-2} - x + 1 \geq 0$, pentru orice $x \in (1, +\infty)$.

2. Se consideră funcția $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin x$.

5p **a)** Arătați că $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x)\,dx = \frac{1}{2}$.

5p **b)** Arătați că $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x f(x)\,dx = 1$.

5p **c)** Determinați volumul corpului obținut prin rotația în jurul axei Ox a graficului funcției $g:\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \to \mathbb{R}$, $g(x) = f(x)$.